

Staatliche Fachoberschule und Berufsoberschule Ingolstadt

Simulation von Planetenbewegungen

Thomas Jakobi, 12 gTB, Schuljahr 2007/08

Fachreferat Physik

gehalten am 6. März 2008

Fachlehrkraft: H. Lacombe

Note: _____

Datum: _____

Unterschrift: _____

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Hauptteil	4
2.1	Umsetzung	4
2.1.1	Das Modell	4
2.1.2	Berechnung der Gravitation	5
2.1.3	Graphische Darstellung	6
2.2	Beispiele	7
2.2.1	Die Kreisbahn	7
2.2.2	Das binäre System	7
3	Schluss	9
4	Literaturverzeichnis	9
5	Erklärung	10

1 Einleitung

Die Entdeckung der Gesetzmässigkeiten rund um die Gravitation durch Newton war die Grundlage für zahlreiche Entwicklungen auf den verschiedensten Gebieten. Bekannte Beispiele hierfür reichen von der exakten Berechnung der Laufbahn von Planeten, Kometen und Monden bis hin zum Satellitenfernsehen. Doch Trotz der enormen Relevanz der Entdeckung ist Gravitation für viele Schüler, die sich mit dem Thema beschäftigen, ein sehr abstraktes, kaum vorstellbares Phänomen – obwohl sie doch in Form der „Erdbziehungskraft“ ein ständiger Begleiter ist!

Um ein besseres Verständnis der bei Gravitation wirkenden Kräfte zu ermöglichen, kann man sich einer Simulation bedienen. Dieses Dokument begleitet die Umsetzung einer solchen Simulationssoftware, die unter [plnt]¹ quelloffen zur Verfügung steht. Die Programmierung erfolgte in C++, unter Verwendung des Qt Frameworks [qt]¹. Das Programm ist somit zu WindowsTM, Mac OS X und X11-basierten UNIXTM-Derivaten wie z.B. Linux oder FreeBSD kompatibel.

¹Siehe „Referenzen“, Seite 10

2 Hauptteil

2.1 Umsetzung

Dieser Abschnitt befasst sich mit der technischen Realisierung der Simulationslösung.

2.1.1 Das Modell

Um eine Simulation eines Planetensystems zu erstellen, untersucht man zunächst, welche Objekte darin vorkommen und welche Eigenschaften diese haben. Unser Sonnensystem z.B. besteht aus einer Sonne, 8 Planeten und einer ganzen Menge Monden. Diese verhalten sich zu Planeten wie Planeten zur Sonne, wobei Sonnen ebenfalls nur eine Art „Planeten“ zu einer Galaxie sind, deren „Monde“ dann ihre Planeten darstellen.

Bei Betrachtung der newtonschen Gravitationsformel

$$F_{Grav} = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$$

kann man erkennen, dass die Massen (m für die Kleinere, M für die Grössere) eine zentrale Rolle in der Berechnung der Gravitationskräfte zwischen zwei Himmelskörpern spielen, und somit wichtiges Element des Modells werden. Der Radius r beschreibt in dieser Formel den Abstand zweier Himmelskörper voneinander, was wir anhand der Position-Eigenschaft in der Datenstruktur festhalten.

Umfang und Farbe haben für die Berechnung der Gravitationskräfte keine Relevanz, wohl aber für die Darstellung, daher sind sie im Datenmodell hintangestellt.

Folglich besteht ein Planet in unserem Modell aus

- Masse
- Position
- Geschwindigkeit in X-Richtung
- Geschwindigkeit in Y-Richtung
- Umfang
- Farbe

Weiteres Element unseres Modells zur Abbildung eines Sonnensystems ist eine einfache Liste, in die beliebige viele Planeten eingefuegt werden können.

2.1.2 Berechnung der Gravitation

Die Berechnung der Gravitation zwischen den Himmelskörpern erfolgt in einer eigenen Klasse, `Gravitator`, die sich ausschliesslich mit der Bewegung der Planeten über einen Zeitverlauf auseinandersetzt. In bestimmten Intervallen wird eine Methode `gravitate` aufgerufen, die für alle Objekte im System deren Gravitationswirkung auf alle anderen Objekte im System berechnet, und die Geschwindigkeiten in X- und Y-Richtung entsprechend anpasst.

Zunächst wird eine Wechselwirkung zweier Planeten verhindert, bei denen einer der beiden oder beide keine Masse besitzen:

```
void Gravitator::gravitate(Planet* planetOne, Planet* planetTwo) {  
    if(planetOne->getMass() == 0 || planetTwo->getMass() == 0) return;
```

Als nächstes wird der Abstand der beiden Planeten festgestellt und in der lokalen Variable `distance` abgelegt:

```
    QLine connection(planetOne->getPosition(), planetTwo->getPosition());  
    qreal distance = connection.length();
```

Sollte der Abstand gleich 0 sein, so unterbricht die Routine ihre Ausführung, um im nächsten Schritt keinen Division-durch-Null Ausnahmefehler hervorzurufen:

```
    if(distance == 0) return;
```

Anschliessend wird die Gravitationskraft berechnet, wobei die Gravitationskonstante G mit dem Wert 1 angenommen wird:

```
    qreal force = (planetOne->getMass() * planetTwo->getMass()) /  
                  (distance * distance);
```

Darauf folgt die Berechnung der Beschleunigung in X- bzw Y-Richtung:

```
    qreal accX = (force * connection.dx()) / distance;  
    qreal accY = (force * connection.dy()) / distance;
```

Schliesslich werden die errechneten Beschleunigungen bzw. Verzögerungen auf die Geschwindigkeiten der Planeten angerechnet:

```
planetOne->setVX(planetOne->getVX()+ (accX/planetOne->getMass()));
planetOne->setVY(planetOne->getVY()+ (accY/planetOne->getMass()));
planetTwo->setVX(planetTwo->getVX()- (accX/planetTwo->getMass()));
planetTwo->setVY(planetTwo->getVY()- (accY/planetTwo->getMass()));
}
```

2.1.3 Graphische Darstellung

Die graphische Darstellung wird in den gleichen Zeitabständen, in denen auch die **Gravitator**-Klasse ihre Arbeit verrichtet, jedoch danach, aktualisiert. Zuständig hierfür ist die Klasse **SolarSystemRenderer**.

Zunächst wird die Liste der Planeten besorgt und ein Iterator angelegt:

```
...
QList<Planet*> planets = model->getPlanets();
QListIterator<Planet*> it(planets);
```

Der Iterator wird jetzt Planet für Planet durchlaufen. An der momentanen Position eines jeden Planeten wird ein Kreis mit dessen Radius und Farbe gezeichnet:

```
while(it.hasNext()) {
    Planet* planet = it.next();
    QPointF planetPos = planet->getPosition();
    int radius = planet->getRadius();

    painter.setBrush(QBrush(planet->getColor()));
    painter.setPen(none);
    painter.drawEllipse(
        QRect(planetPos.x() - radius,
              planetPos.y() - radius,
              radius * 2, radius * 2)
    );
}
...
```

Neben dem einfachen Zeichnen eines Kreises mit der aktuellen Position der Planeten im Mittelpunkt, findet hier auch die Anzeige der Entfernung zwischen einem ausgewählten Objekt und allen anderen im System statt.

2.2 Beispiele

Hier werden zwei Beispiele besprochen, die die Wirkung der Gravitation veranschaulichen und einen Anstoss für eigene Experimente mit dem Programm bieten sollen.

2.2.1 Die Kreisbahn

Um eine Kreisbahn zu erreichen, muss die Gravitationskraft, die auf einen Körper wirkt, zu jedem Zeitpunkt gleich der Fliehkraft sein, die er durch seine Bewegung erwirkt. Die Kreisbahngeschwindigkeit nennt man auch die „erste kosmische Geschwindigkeit“² In Abbildung 1(a) ist die einzig mögliche Kreisbahn für die in Tabelle 1(b) gegebene grössere Masse bzw. den gegebenen Radius zu sehen. Die Kreisbahngeschwindigkeit wird berechnet, indem man die Zentrifugalkraft mit der Gravitationskraft gleichsetzt:

$$m \cdot \frac{v^2}{r} = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$$

Es ergibt sich die Formel:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

Mit dieser lässt sich abhängig von der grösseren Masse M und der Entfernung r die zur Bildung einer Kreisbahn nötige Geschwindigkeit v ermitteln.

2.2.2 Das binäre System

Einen interessanten Sonderfall stellt das binäre System dar - hier kreisen zwei Körper um einen gemeinsamen Schwerpunkt, beide setzen also genug Bewegungsenergie um, um nicht ineinander zu stürzen. Im Gegensatz zur Kreisbewegung gibt es hier zahlreiche mögliche Konfigurationen, die stabil bleiben.

Eine beispielhafte Konstellation 2(b) ist in Abbildung 2(a) zu sehen. Setzt man einen zusätzlichen Körper in die Mitte zwischen den beiden kreisenden Planeten, so wird dieser nicht ausgelenkt, da die Gravitationskräfte sich gegenseitig aufheben.

²Die zweite kosmische Geschwindigkeit beschreibt die Geschwindigkeit, die notwendig ist, um das Gravitationsfeld eines Planeten zu verlassen.

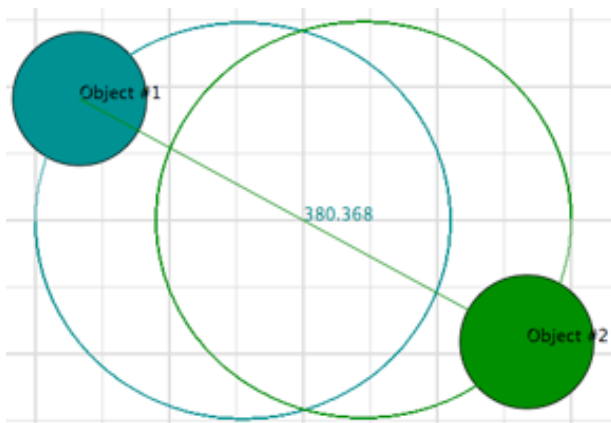


(a) Die Kreisbahn in der Simulation

	Körper 1	Körper 2
Masse	100000	1
X	500	300
Y	300	300
V _x	0	0
V _y	0	31.623

(b) Die Konfiguration zur Kreisbahn

Abbildung 1: Beispiel einer Kreisbahn



(a) Ein binäres System in der Simulation

	Körper 1	Körper 2
Masse	100000	100000
X	200	700
Y	600	300
V _x	0	0
V _y	5	-5

(b) Konfiguration eines binären Systems

Abbildung 2: Beispiel eines binären Systems

3 Schluss

Abschliessend bleibt anzumerken, dass diese Simulation zwar sicher eine grosse Hilfe beim Studium der Gravitation sein kann, sie jedoch keineswegs zur Planung einer Weltraumreise genutzt werden sollte. Aufgrund der hohen Geschwindigkeit, mit der die Berechnungen in dieser Simulation durchgeführt werden müssen, um den Eindruck einer flüssigen Bewegung zu erzeugen, ist es nicht möglich, mit den realen Skalen und Werten die in einem Sonnensystem herrschen zu rechnen. Stattdessen wird stark vereinfacht - zugunsten der Geschwindigkeit.

Des weiteren ist die schrittweise Simulation eine enorme Fehlerquelle, da eine mögliche Fehlberechnung – die bei jeder Wurzel, die gezogen wird, zwangsläufig auftritt – ungeachtet ihrer Inkorrektheit der nächsten Berechnung zugrunde liegt. So kumulieren sich die Fehler im Laufe der Zeit, und die Korrektheit der Simulation nimmt ab. Ein besserer Ansatz im Hinblick auf die exakte Bestimmung eines Bahnverlaufes wäre die Vorausberechnung aller Parameter einer Laufbahn eines Körpers und die anschliessenden Animation dieser vorberechneten Bahn. Dieser Ansatz würde die Komplexität bei Mehrkörperproblemen allerdings drastisch erhöhen.

4 Literaturverzeichnis

Literatur

- [1] Frank / Richter et al. Physik. für Fachoberschulen 11. und 12. Klasse und Berufsoberschulen 12. Klasse, Neusäß, 1999
- [2] Zweite kosmische Geschwindigkeit. In: Wikipedia, Die freie Enzyklopädie. Bearbeitungsstand: 9. Februar 2008.
http://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Zweite_kosmische_Geschwindigkeit&oldid=42284317

Referenzen

- plnt** Jakobi, Thomas. Planets - A gravitational movement simulator. Website, 2008.
http://blog.f4k3.net/fake/entry/erstes_planets_release_planets_0#comments
- qt** Trolltech, Inc. Qt - A comprehensive C++ framework for cross-platform application development. Website, 2008.
<http://www.trolltech.com/>

5 Erklärung

Hiermit erkläre ich, dass dieses Fachreferat

- von mir selbst ohne fremde Hilfe angefertigt wurde
- nur die angegebenen Quellen verwendet wurden

Unterschrift:_____